

## Podstawy obliczeń wytrzymałości skrzydła dla modelarzy

Wiele dostępnych w internecie projektów modeli płatowców pochodzi z ubiegłego stulecia, modelarz z małym doświadczeniem ma problem właściwie dobrać elementy konstrukcyjne – nośne skrzydła, a opieranie się na starych projektach często skutkuje sporym przewymiarowaniem tych elementów. Dodatkowo obecnie często spotykamy w konstrukcjach szkieletowych jako dźwigar centropłata rurkę z kompozytu węglowego, ale jak to poprawnie dobrać?

Poniżej przedstawiam krok po kroku sposób wykonania podstawowych obliczeń wytrzymałościowych konstrukcji skrzydła, co pozwala dobrać odpowiednio dźwigary i łączniki wykonane z różnych materiałów dla płatów modeli samolotów.

### 1. Obliczanie momentu gnącego skrzydła

Na skrzydło działają siły aerodynamiczne: opór, siła nośna i ciężar skrzydła. **Opór i ciężar skrzydła w tym przypadku jest pomijany**, gdyż decydujące znaczenie ma siła nośna. Skrzydło wygina się pod wpływem obciążenia, a największe jest w miejscu mocowania do kadłuba. Tam powstaje największy moment gnący  $M_g$ :

$$M_g = 0,5 * Q * n_1 * z$$

$Q = m * g$  – ciężar **kadłuba** równy jest jego masie pomnożonej przez przyspieszenie przyciągania ziemskiego  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  i wyrażony jest w Niutonach. Spotykane oznaczenia: Q lub G

$n_1$  – współczynnik obciążenia  $n$  pomnożony przez 1,05 (5% zapasu dla połączeń bagnetowych)

$z$  – odległość od miejsca zamocowania skrzydła do punktu przyłożenia równodziałających sił obciążenia rozdzielonych na połowę w metrach;  $z = 0,4 * \frac{C}{2}$

$C$  – rozpiętość skrzydła w metrach

**UWAGA:** przy obliczaniu momentu podajemy masę samego kadłuba bez masy skrzydła, natomiast do obliczania współczynnika  $n$  – poniżej – uwzględniamy masę całego samolotu.

Powyższy wzór obrazuje rysunek; obciążenie skrzydła wzdłuż rozpiętości (moment to siła razy ramię):



Współczynnik  $n$  dla szybowców holowanych wynosi 4,1 bez uwzględnienia podmuchów wiatru, gdzie ostatecznie należy przyjąć  $n = 6$ . Oznacza to, że dla szybowca o masie 1,5 kg podczas obliczeń wytrzymałościowych należy uwzględnić maksymalne obciążenia 6 G - czyli  $6 \cdot 1,5 = 9$  kg. Należy pamiętać, że samolot poruszający się ruchem prostoliniowym zrównoważonym nie ma przeciążeń:  $n=1$ , dopiero nagła zmiana tej prędkości wywoła przeciążenie. Tak więc dla szybowców holowanych, wykonujących akrobacje przeciążenie 6G jest zupełnie wystarczające do obliczeń wytrzymałościowych.

Największe przeciążenia obecnie osiągają szybowce RC dynamicznego szybowania - ponad 100 G, prędkość szybowca sięga ponad 880 km/h przy prędkościach wiatru przekraczających 100 km/h.

\*

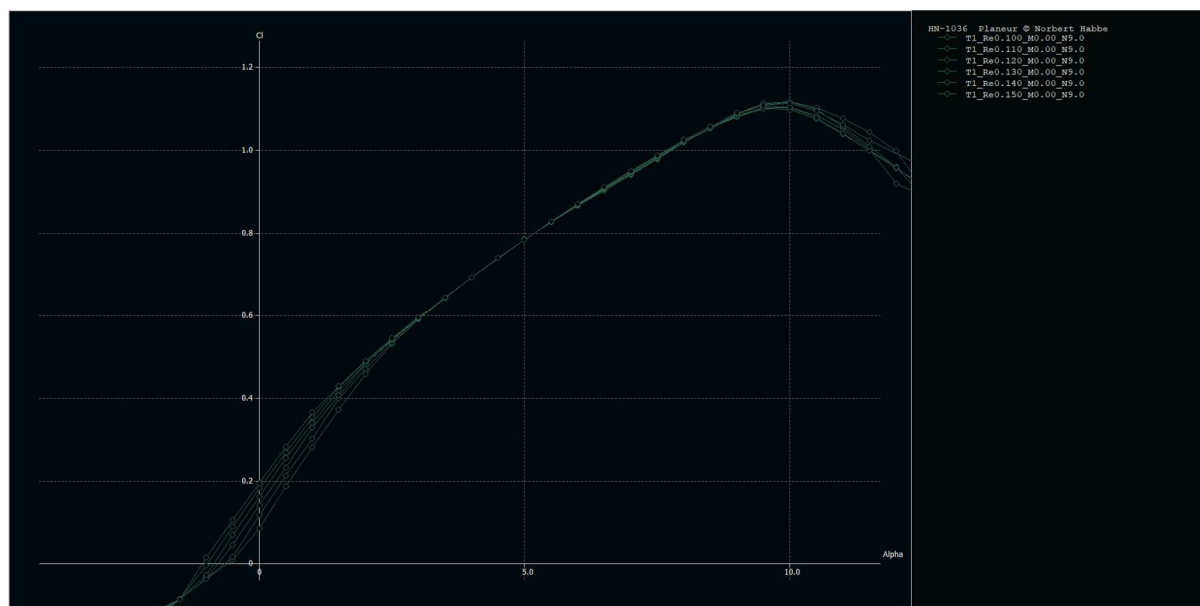
Gdybyś jednak chciał drążyć temat i samodzielnie policzyć dla swojego modelu wartość  $n$  podaję poniżej dwa przykłady:

**Przykład 1.** Wartość współczynnika obciążenia  $n$  determinuje stosunek prędkości maksymalnej do minimalnej podniesiony do kwadratu, przy bezwietrznej pogodzie:

$$n = \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right)^2$$

Wartość prędkości modelu determinuje współczynnik siły nośnej  $C_z$ , powierzchnia skrzydła  $S$ , ciężar samolotu  $m$ . Współczynniki  $C_{z\ max}$  i  $C_{z\ minim}$  wyznacza się z krzywej biegunowej modelu, omówienie tego wymaga osobnego działu, tu podaję przykład.

Poniżej krzywa biegunowa profilu HN-1036 (właściwie parę krzywych dla różnych Re – Liczba Reynoldsa); wykres  $C_z$  w funkcji kąta natarcia  $\alpha$  w zakresie  $-5^\circ$  do  $13^\circ$



Z biegunowej profilu odczytujemy  $C_{z \max \text{ profilu}} = 1,1$ ; z nie przedstawionego wykresu odczytałem  $C_{z \min} = 0,2$  (przy najmniejszym współczynniku oporu  $C_x$ ). Do obliczeń potrzebujemy wyznaczyć  $C_{z \max \text{ skrzydła}}$ .

$$C_{z \max \text{ skrzydła}} = 0,88 * C_{z \max \text{ profilu}} = 0,88 * 1,1 = 0,96$$

Współczynnik 0,88 to przeciętne zmniejszenie maksymalnego współczynnika siły nośnej przy przeliczeniu z opływu dwuwymiarowego profilu na opływ trójwymiarowy skrzydła.

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{2}{\rho} * \frac{m * g}{S} * \frac{1}{C_{z \min}}} = \sqrt{\frac{2}{1,226} * \frac{1,5 * 9,81}{0,89} * \frac{1}{0,2}} = 11,60 \text{ m/s}$$

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2}{\rho} * \frac{m * g}{S} * \frac{1}{C_{z \max}}} = \sqrt{\frac{2}{1,226} * \frac{1,5 * 9,81}{0,89} * \frac{1}{0,96}} = 5,29 \text{ m/s}$$

$\rho$  - gęstość powietrza,  $\rho = 1,226 \text{ kg/m}^3$ .

$m$  – masa całego samolotu w kg

$S$  – pole powierzchni skrzydła w  $\text{m}^2$

Ostatecznie przeciążenie:

$$n = \left( \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \right)^2 = 4,8$$

### Przykład 2:

$$n = \frac{\frac{1}{2} \rho * S * V_{max}^2 * C_{zmax}}{m * g} = \frac{1,226 * 0,89 * 11,6^2 * 0,96}{2 * 1,5 * 9,81} = 4,79$$

\*

Znając  $n$  dla przykładowego modelu obliczam ostatecznie moment gnący  $M_g$ :

$$M_g = 0,5 * m * g * 1,05 * n * 0,4 * \frac{c}{2} = 0,5 * 1,2 * 9,81 * 1,05 * 4,8 * 0,4 * \frac{3,4}{2} = \mathbf{20,17 Nm}$$

Jest to największy moment gnący występujący przy łączeniu skrzydła z kadłubem, pamiętaj, że moment ten maleje do zera wzdłuż rozpiętości w kierunku końca skrzydła. Jeżeli chcesz stopniować elementy dźwigara musisz policzyć moment dodatkowo w miejscach zmiany przekroju.

## 2. Wytrzymałość dźwigara

Warunek wytrzymałości:

$$W_z \geq \frac{M_g}{\sigma} \text{ cm}^3$$

$\sigma$  – sigma – dopuszczalne naprężenie dla materiału belki. W tym przypadku dźwigara; dla sosny  $\sigma$  na ściskanie wynosi 35 MPa = 35 N/mm<sup>2</sup> = 350 kg/cm<sup>2</sup> (dla ułatwienia obliczeń zakładamy uproszczenie: 10 N = 1 kg).  $\sigma$  dla balsy wynosi 11 MPa.

$W_z$  – Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie – determinuje go wyłącznie kształt przekroju belki i jego wymiary podane w cm. Wynikiem jest zawsze cm<sup>3</sup> gdyż wzory są przeliczone z układu dwuwymiarowego na trójwymiarowy.

Wykonałem dźwigar składający się z dwóch listew sosnowych 10x3 mm z przekładkami: dwa kawałki balsy grubości 1,5mm sklejone ze sobą, kierunek słoików  $\pm 45^\circ$ , grubość profilu 8,55%, cięciwa 300 mm.

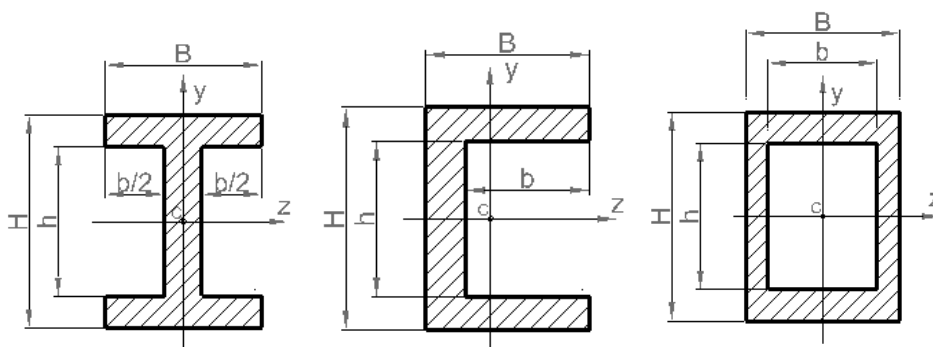


$H = 0,0855 \cdot 300 - 2 \cdot 1,5$  (grubość kesonu górnego i dolnego 1,5 mm) = 22,65 mm = 2,265 cm,  
 $h = H - 2 \cdot 0,3$  (grubość listew dźwigara 3 mm) = 1,665 cm.

Na zdjęciu poniżej widać keson dolny, sosnowe listwy dźwigara i przekładki z otworami między żebrami. Keson górny nie jest jeszcze przyklejony.



Liczmy  $W_z$  - Wskaźnik wytrzymałości przekroju na zginanie:



$$W_z = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H}$$

Podany wzór obowiązuje dla wszystkich 3 powyższych przekrojów.

Dla mojego dwuteownika:

$$W_z = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H} = \frac{1 \cdot 2,265^3 - 0,7 \cdot 1,665^3}{6 \cdot 2,265} = 0,617 \text{ cm}^3$$

Jak widać grubość profilu skrzydła ma decydujące znaczenie, bo jest w trzeciej potęgze. Czym cieńszy profil, tym trudniej uzyskać wymaganą wytrzymałość skrzydła na zginanie, i dlatego czasem zachodzi potrzeba wykonania dodatkowych dźwigarów.

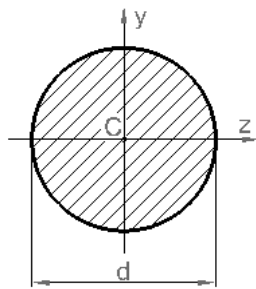
Ostatecznie:

$$W_z \geq \frac{M_g}{\sigma}; 0,617 \geq \frac{20,17}{35} \text{ cm}^3$$
$$0,617 \geq 0,57 \text{ cm}^3$$

Warunek wytrzymałości został spełniony.

### 3. Wytrzymałość łącznika; dobór bagnetu

3.1. Łącznik skrzydła: pręt stalowy  $\phi 7 \text{ mm} = 0,7 \text{ cm}$ , korzystamy z gotowego wzoru na  $W_z$ :



$$W_z = \frac{\pi * d^3}{32} = \frac{\pi * 0,7^3}{32} = 0,03367 \text{ cm}^3$$

$\sigma$  – dopuszczalne naprężenie dla stali sprężynowej wynosi  $1000 \text{ MPa} = 10\,000 \text{ kg/cm}^2$

$$W_z \geq \frac{M_g}{\sigma}; 0,03 \geq \frac{20,17}{1\,000}; 0,03 \geq 0,02 \text{ cm}^3$$

Warunek wytrzymałości został spełniony.

#### UWAGA:

1. Dla stali ogólnego przeznaczenia St0S ÷ St7  $\sigma$  = od 320 do 690 MPa i może okazać się, że nie jest wystarczające. Do wykonania bagnetu używamy stali sprężynowej dla której  $\sigma = 1000 \text{ MPa}$  i dla niektórych wyrobów dochodzi nawet do 1600 MPa.

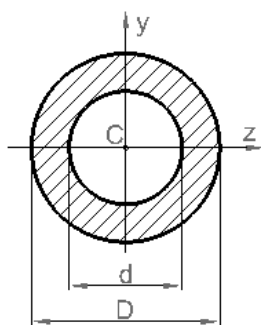
2. Stosowanie tutaj prętów węglowych obecnie powszechnie dostępnych w sprzedaży nie jest zalecane. Teoretycznie powinny być one wykonywane z włókien ułożonych w jednym kierunku – wzdłuż pręta (określane symbolem UD z ang. unidirectional), cechuje je duża wytrzymałość i sztywność w kierunku ułożenia włókien – może przekraczać nawet 1000 MPa i sięga do 2000 MPa, natomiast wytrzymałość w kierunku poprzecznym wynosi tylko 150 MPa. Oczywiście moment gnący skrzydła działa na zginanie wzdłuż włókien; wzdłuż pręta, także wzdłuż słoików drewnianego dźwigara, w wyniku tego zginania warstwy belki są rozciągane i ściskane – dlatego rozpatrujemy ściskanie i rozciąganie wzdłuż włókien/słoików. W praktyce pręty i rurki węglowe wykonywane są w sposób mówiąc krótko odbiegający od ww założeń.

Polecam wykonywanie samemu rurek i prętów, bądź testowanie tych zakupionych. Sam wykonam parę testów i przedstawię ich wyniki. Ten temat trzeba rozwijać. Poniżej link do filmiku pokazującego prawidłowo wykonanie rurki węglowej i testu wytrzymałościowego. <https://www.youtube.com/watch?v=vqIR74PIVgM&t=52s>

Zauważ, że rurka zbudowana jest z jednej warstwy tkaniny 0/90, dwóch warstw włókien UD i na koniec z jednej warstwy tkaniny 0/90. ***Na ich stronie znajdziesz wszystko o formach, technikach wykonywania kompozytów; są to filmy wraz z dokładnymi opisami – bardzo dobre poradniki.***

3.2. Gdyby założyć wykonanie centropłatu bez wzniosu, to można zrezygnować z łącznika i wykonać dźwigar z rurki węglowej. Dla laminatu z epoksydu i tkaniny węglowej 0/90 (0/90 oznacza kierunek włókien tkaniny  $0^0$  i  $90^0$ ); wytrzymałość w kierunku włókien i w kierunku poprzecznym jest taka sama: 500 MPa.

Dla laminatu z epoksydu i tkanin szklanych  $\pm 45^\circ \sigma = 120$  MPa.



przykład 1: rurka węglowa  $\phi$  16/14 mm:

$$W_z = \frac{\pi * (D^4 - d^4)}{32 * D} = \frac{\pi * (1,6^4 - 1,4^4)}{32 * 1,6} = 0,16 \text{ cm}^3$$

$$W_z \geq \frac{M_g}{\sigma} ; 0,16 \geq \frac{20,17}{500} ; 0,16 \geq 0,04 \text{ cm}^3$$

Warunek został spełniony.

Przykład 2: rurka z włókna szklanego  $\phi$  16/14 mm

$$W_z \geq \frac{M_g}{\sigma} ; 0,166 \geq \frac{20,17}{120} ; 0,166 < 0,168 \text{ cm}^3$$

Warunek **NIE** został spełniony.

przykład 3: rurka węglowa  $\phi$  14/12 mm:

$$W_z = \frac{\pi * (1,4^4 - 1,2^4)}{32 * 1,4} = 0,12 \text{ cm}^3$$

$0,12 \geq 0,04 [\text{cm}^3]$  Warunek został spełniony.

przykład 4: rurka węglowa w filmiku - link powyżej, zakładam  $\phi$  30/27 mm:

$$W_z = \frac{\pi * (3^4 - 2,7^4)}{32 * 3} = 0,91 \text{ cm}^3$$

Test wykonano na zrywarce przy rozstawie podpór  $l = 32$  cm. Materiał uległ zniszczeniu przy obciążeniu  $F = 700$  kg. Szukam:  $\sigma$ .

$$\sigma = \frac{M_g}{W_z} = \frac{F * \frac{l}{2}}{W_z} = \frac{700 * 9,81 * \frac{0,32}{2}}{0,27} = 1206 \text{ MPa}$$

Wniosek: lepiej niż większość dostępnej stali !

#### 4. Wyznaczenie maksymalnego dopuszczalnego obciążenia skrzydła

Dla umożliwienia wykonania testu obciążenia szukam maksymalnego dopuszczalnego współczynnika obciążenia  $n$  dla wykonanego dźwigara;  $W_z$  w punkcie 2 powyżej.

Maksymalny dop. moment gnący:

$$M_{gmax} = W_z * \sigma = 0,617 * 35 = 21,6 \text{ Nm}$$

Stąd maksymalny współczynnik obciążenia dla dobranego dźwigara:

$$n_{max} = \frac{M_{gmax}}{0,5 * Q * 1,05 * z} = \frac{21,6}{0,5 * 1,2 * 9,81 * 1,05 * 0,68} = 5,14$$

Dla masy kadłuba równej 1,2 kg obciążenie mogące zniszczyć skrzydło wynosi:

$$G = n_{max} * m = 5,14 * 1,2 = 6,17 \text{ kg}$$

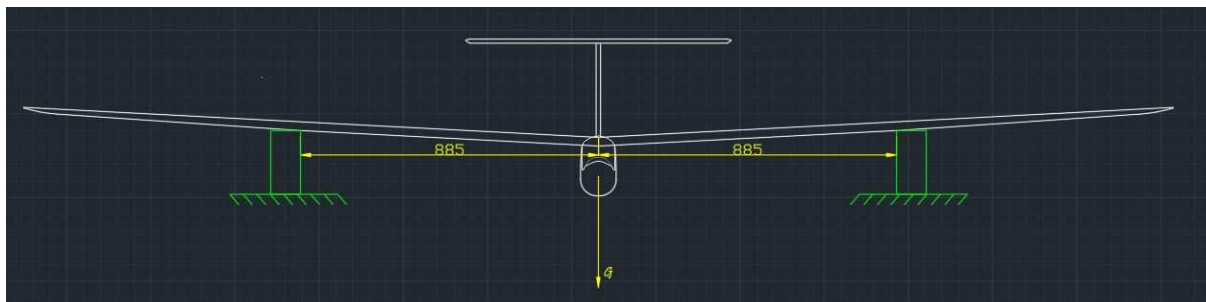


## 5. Wykonanie testu wytrzymałości na zginanie skrzydła w praktyce

Odpowiednio wytrzymałe miejsce podparcia mojego skrzydła znajduje się 0,885 m od jego środka (na zakończeniach centropłata) obliczam ponownie  $n_{max}$  dla nowego  $z$ :

$$n_{max} = \frac{M_{gmax}}{0,5 * g * 1,05 * z} = \frac{21,6}{0,5 * 1,2 * 9,81 * 1,05 * 0,885} = 3,95$$

To jest maksymalny współczynnik obciążenia dla rozstawu podpór pod skrzydłem  $z = 885mm$ .



$G = 1,2 * 3,95 = 4,73 \text{ kg}$  – to jest obciążenie przy którym dźwigar ulega zniszczeniu. Trzeba pamiętać, że na wytrzymałość dźwigara ma wpływ nie tylko zastosowany materiał, jego jakość, gęstość słoików, wilgotność itp., ale także klej, sposób wykonania spoin, materiał przekładek i kierunek słoików. Po za tym w naszym przypadku zastosowany dwuteownik to w istocie dwie listwy sosnowe z przekładkami balsowymi, nie jest to belka w przekroju jednorodna. Dźwigar powinien być owinięty w paru miejscach rovingiem węglowym lub nicią aramidową – kewlarem, co pozwoli zwiększyć pewność co do słuszności zastosowanych wzorów, obliczeń i ich wyników. Na wytrzymałość skrzydła mają jeszcze dodatni wpływ krawędzie natarcia i spływu. Ujemny wpływ mają siły skręcające, które powodują dodatkowe obciążenia dźwigara. Na tym etapie pomijam te zagadnienia.

Po samodzielnym wykonaniu obliczeń nabrałem pewności co do poprawnych wyników z arkusza „Calcul de longeron” którym posługiwałem się przy „projektowaniu” modelu. Podczas testu obciążenie umieszczone w miejscu łączenia skrzydła zwiększałem co 1 kg i zakończyłem na 4 kg. Skrzydło ugięło się 5 cm. Nie owijałem rovingiem listewek dźwigara i z tej przyczyny nie miałem odwagi zwiększyć obciążenia. Zatem bezpieczne  $n$  dla mojego modelu będzie miało wartość  $\sim 3,3$  – to dla spokojnego turystycznego szybowca z napędem elektrycznym zupełnie wystarczy.

Po za wytrzymałością na zginanie można policzyć wytrzymałość na skręcanie płata skrzydła, to temat na osobny dział i jak pisałem na wstępie decydujące znaczenie ma moment gnący. Wytrzymałość na skręcanie zapewnia nam keson, im większe jest pole powierzchni wyznaczone jego obrysem na profilu skrzydła, tym większe stanowi usztywnienie konstrukcji.

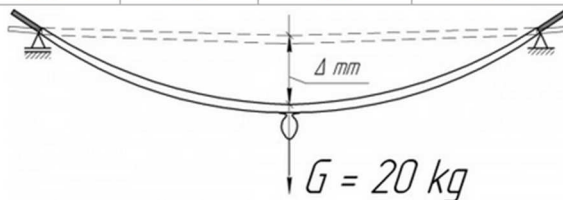
Trzeba też pamiętać, że oklejanie skrzydła folią nie przynosi żadnych znaczących rezultatów poprawiających wytrzymałość skrzydła na obciążenia działające podczas lotu.

Dla ciekawego przykładu: centropłat szybowca wykonanego prawie w całości w kompozycie węglowego (Maxa Pro Light 3,5 m) ugina się zaledwie 16 mm pod wpływem obciążenia  $G = 20 \text{ kg}$ :

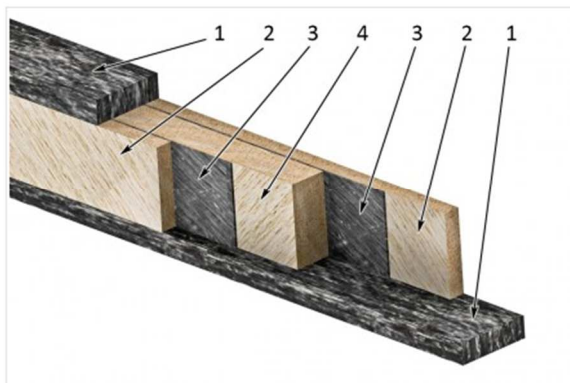
Comparison of Maxa Pro family wings					
(average weight; the actual weight depends on the color and presence of strips)					
	Maxa Pro 3.5 m		Maxa Pro 4m		
Model version	Light	Windy	Light	Windy	Storm
The recommended speed limit for the use of wind m/sec	$\leq 6$	$\leq 10$	$\leq 5$	$\leq 8$	$\leq 12$
Spar width, mm	11.5	15	11.5	15	23
Composite sandwich of central panel outer/inner	SC_39_2/45	SC_59_3/45,0	SC_39_2/45	SC_59_3/45,0	SC_110_3/45,0   SC_59_3/45,0
Central wing section weight**, gr	615-620	720	615-620	720	937
Central panel bending * $\Delta$ , mm	16	11	16	11	
Composite sandwich of wing tip outer/inner	SC_39_2/45   Glass [ $\pm 45^\circ$ ]	SC_59_3/45,0   SC_39_2/30	SC_39_2/45   Glass [ $\pm 45^\circ$ ]	SC_59_3/45,0   SC_39_2/30	SC_59_3/45,0   SC_39_2/30
Wing tip weight **, gr	190	210	210	265	315

\* - Central wing section loading to measure bending:

\*\* - Weight depends on the color.



Dźwigar skrzydła tego szybowca:



#### Wing spar for Maxa Pro

1. Top and bottom spar caps made of a high carbon fiber by autoclave-vacuum molding method;
2. Outer shear web of balsa with direction  $+45^\circ$  degree;
3. Shear web of Carbolite SC\_39\_2/45;
4. Inner shear web of balsa with direction  $-45^\circ$  degree.

Literatura:

1. A. Sztorc H. Weryho *Projektowanie i konstrukcja modeli szybowców*
2. W. Niestoj *Zdalnie sterowanie modelem szybowców*
3. K. Łapiński *Sekrety Modeli Swobodnie Latających z napędem silnikowym*
4. „Calcul de longeron” [http://voiletech.free.fr/Modelismeplaneur/calcul\\_longeron.htm](http://voiletech.free.fr/Modelismeplaneur/calcul_longeron.htm)
5. L.N PHILLIPS *Design with Advanced Composite Materials*, Springer-Verlag, 1989
6. S. Danilecki *Projektowanie samolotów*
7. W. Siuta *Mechanika techniczna*